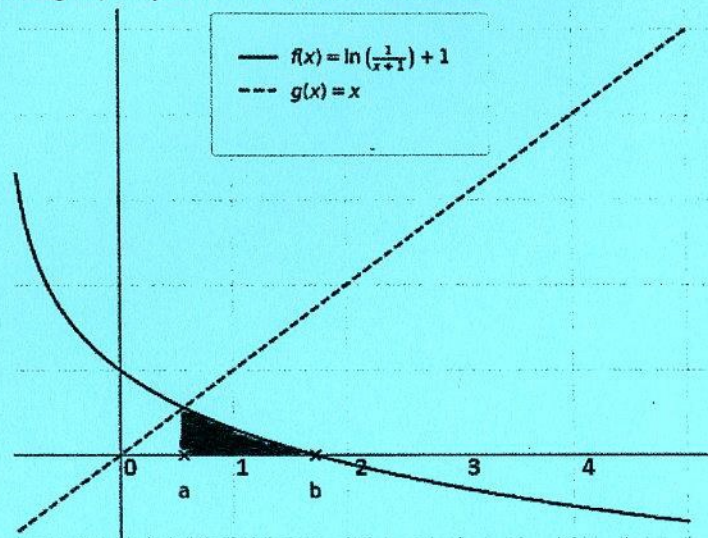


Exercice 4 (10 points)

Soient les deux fonctions f et g suivantes :

- $f(x) = \text{Ln}\left(\frac{1}{x+1}\right) + 1$, définie et continue sur l'intervalle $]-1, +\infty[$ (Ln désigne le logarithme népérien).
- $g(x) = x$, définie et continue sur \mathbb{R} .

Ci-après les représentations graphiques des deux fonctions :



Avec a et b sont :

- a : Le point fixe de la fonction f , $f(a) = a$.
- b : Le point zéro de la fonction f , $f(b) = 0$ dans l'intervalle $[1, 2]$.

Soit $A = \int_a^b f(x).dx$ l'aire de la partie grisée. Afin d'étudier la convergence des approximations de cette aire par les méthodes "**rectangles à gauche**" et "**rectangles à droite**" vers celle des "**rectangles du point milieu**", on se propose d'écrire un programme permettant de réaliser les tâches suivantes :

- La saisie d'un réel **epsilon** positif et inférieur ou égal à 10^{-4} .
- La recherche du point fixe de f (le point a) à **epsilon** près.
- La recherche du point zéro de f (le point b) à **epsilon** près.
- La génération d'un fichier d'enregistrements "**Calcul.dat**" sur la racine du disque **C** où chaque enregistrement est formé par les champs suivants :
 - **n** : le nombre des subdivisions dans l'intervalle $[a, b]$.
 - **rd** : l'aire A calculée par la méthode des rectangles à droite avec n subdivisions.
 - **rg** : l'aire A calculée par la méthode des rectangles à gauche avec n subdivisions.
 - **rm** : l'aire A calculée par la méthode des rectangles du point milieu avec n subdivisions.

NB :

- Le traitement s'arrête lorsque la moyenne des aires calculées par les deux méthodes rectangles à droite et rectangles à gauche converge vers l'aire calculée par la méthode des rectangles du point milieu à epsilon près, c'est à dire :
$$\left| \frac{rd+rg}{2} - rm \right| < \text{epsilon}$$
- **n** est initialisé à **1** et s'incrémente jusqu'à la condition d'arrêt.
- Le candidat peut utiliser la fonction $\text{Ln}(x)$, sans la développer, pour calculer le logarithme népérien de x .

Travail demandé :

- 1) Ecrire un algorithme du programme principal en le décomposant en modules permettant de réaliser les tâches décrites précédemment.
- 2) Ecrire un algorithme pour chaque module envisagé.